

## 讲授提纲

### 第一章 概述

有限元法的三种推导方法：直接刚度法、变分法、加权剩余法。

说明变分学、能量原理在了解有限元法中的作用。

### 第二章 变分学基础

§ 2-1 泛函的极值

§ 2-2 函数的微分与泛函的变分

§ 2-3 最简单泛函的变分、Euler 方程

§ 2-4 等时变分的若干性质

§ 2-5 变分法简单应用—最速落经问题

§ 2-6 微分方程的变分形式、自然边界条件

§ 2-7 泛函的二阶变分

§ 2-8 依赖于高阶导数泛函的极值问题

§ 2-9 多个待完函数的泛函、Hamilton 原理

§ 2-10 含有多个自变量函数的泛函及其极值问题（重积分极值问题）

§ 2-11 函数的条件极值问题、Lagrange 乘子

§ 2-12 泛函在约束条件下的极值问题、短程线问题、等周问题

### 第三章 能量原理

§ 3-1 引言

§ 3-2 功与能

§ 3—3 Green 恒等式

§ 3—4 基于虚功原理的能量定理

(1) 虚功原理 (2) 总势能驻值原理

(3) Castigliano 第一定理

(4) 最小应变能定理 (5) 单位位移定理

§ 3—5 基于余虚功原理的能量定理

(1) 余虚功原理 (虚力原理)

(2) 总余位能驻值原理

(3) Castigliano 第二定理

(4) 总变形的最小余应变能定理

(5) 单位荷载定理

§ 3—6 应用虚功原理和余虚功原理的一些计算方法

§ 3—7 广义变分原理

§ 3—8 利用位移变分原理的近似解法

# 教师授课记录

有限元法  
(80级研究生)

单位 工程系

姓名 朱 曈

1981年8月31日

# 授 课 记 录

日期	学时	教学方式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
						实到	未到姓名
9月1日 星期二	4	讲课	有限元法 绪论 一重分法 §1 泛函 弱收敛性 §2 泛函的线性 泛函的范数			3	
9月2日 星期三	4	讲课	§3 弱收敛泛函范数 Euler方程 §4 凸泛函性质 §5 泛函的应用 §6 线性泛函表示形式 自然泛函条件 §7 二次泛函		3大题 3小题	3+1	
9月8日 星期二	4	讲课	§8 依赖于参数的泛函 泛函极值问题 §9 泛函泛定泛函的泛函 Hamilton原理		一大题	3+4	
9月15日 星期二	4	讲课	§10 具有多个自变量的泛函 的泛函极值 (参变泛函极值问题) §11 泛函的条件极值问题 Lagrange乘子法。		《泛函力学》 钱伟长 P.274 ~P.284	3+4	
9月22日 星期二	4	讲课	§12 泛函的约束条件 $\phi_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$ $i = 1, 2, \dots$ 下的极值 问题 §13 泛函在约束条件下 $\int_{x_1}^{x_2} \phi_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y_1', y_2', \dots, y_n')$ $i = 1, \dots$ 下的极值问题			3+4	

# 授 课 记 录

日期	学时	教学方 学式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
						实到	未到姓名
9月29日 星期二	4	讲 课	二. 能量守恒 1. 引言, 总功与能 (功子位移关系, 功和余功) (功和余功关系, 总功和余功关系) 总功和余功关系和余功		3+5		
10月6日 星期二	4	讲 课	§3 Green恒等式 §4 基于虚功原理的能量 守恒 (1) 虚功原理 (2) 总功和总虚功 (3) Castigliano第一定理 (4) 总功和总虚功 (5) 单位位移定理		3+5		
10月20日 星期二	4	讲 课	§5 互用基于虚功原理的 能量守恒和功互引 (1) 单位位移定理 (2) 互引定理 (互用虚功原理) (3) 互引定理 (4) 互引定理		3+5		
10月27日 星期二	4	讲 课	§6 基于余虚功原理的能量守恒 (1) 虚功原理 (2) 余虚功原理 (3) Castiglian第二定理 Crotti-Engesser定理 (4) 总虚功和总余虚功 (5) 单位荷载定理		3+4		
11月3日 星期二	4	讲 课	单位荷载法 §7 力法与柔度法 综合性练习 §8 广义虚功原理 胡海昌-京津变分原理		3+4		

日期
11月10日 星期二
11月17日 星期二
11月18日 星期三
11月24日 星期二
12月1日 星期二

# 授 课 记 录

日期	学时数	教学方式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
						实到	未到姓名
11月10日 星期二	4		例(集外) §9 利用位势重分后论 山道的解法 Ritz法 Гадеркин法 例			3+4	
11月17日 星期二	4		三、高维过程 1. 背景及子集相称 2. 二阶变分方程 i 变分方程的边值问题的提法, ii 虚功原理 iii 问题的提法 高维化, 基函数 单点刚体矩阵, 单元荷载向量 多点刚体矩阵, 总荷载向量			3+4	
11月18日 星期三	3.5		期中测验			3	
11月24日 星期二	4		约当处理, 变分问题的解 3. 一般二阶变分方程边值问题 1. 变分方程, 2. 变分方程的提法 3. 变分方程的边值问题 1. 变分方程与变分方程 2. 变分方程的边值条件 变分方程问题的边值条件, 任意条件, 变分条件 变分方程, 混合边值, 3. 变分方程虚功原理的变分解, 4. 高维化, 变分问题的提法, = 线性插值函数及其 基函数的性质, 单元刚体矩阵			3+3	
12月1日 星期二	4		变分问题的变分解, 高维化, 变分问题的提法, = 线性插值函数及其 基函数的性质, 单元刚体矩阵			3+3	

# 授 课 记 录

日期	学时	教学方	学式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
							实到	未到姓名
12月8日 星期二	4	讲课	4	单元素定向 总刚度矩阵与总元素 量的装配 约束处理 3-5 空间弹性问题 1. 单元公式与广义解 2. 离散化 1°单元划分 2°线性插值		3+3		
12月15日 星期二	4	讲课	4	3°单元与总刚度 总刚与总元素定向处理 3-6 有限元问题求解步骤 1. 单元 6. 总力 2. 原始单元 3. 总刚与总力 4. 总力处理 5. 解线性方程组				
12月12日 星期一	4	考试	4					
月 日 星期								
月 日 星期								

日期	学时
2月19日 星期五	4
2月23日 星期二	4
2月24日 星期三	4
3月2日 星期二	4
3月10日 星期二	4

# 授 课 记 录

日期	学时	教学方式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
						实到	未到姓名
2月19日 星期五	4	讲课	第四章 大型线性方程 4-1 引言 4-2 Gauss消元法 4-3 回代法 Cholesky, LDL <sup>T</sup> 4-4 迭代法 1. 雅可比迭代				
2月23日 星期二	4	讲课	2. Seidel 迭代 3. 松弛法 4. 讨论 4-6 迭代法收敛性 [1] 雅可比法 [2] 关于 $(k+1)$ 迭代法收敛性 1. 讨论				
2月24日 星期三	4	讲课	2. 讨论 3. 矩阵扩大法求逆 4. 讨论 [3] 约当法 [4] 子结构法求逆的讨论				
3月2日 星期二	4	讲课	第五章 大型稀疏矩阵 和求解的计算机实现 5-1 引言 5-2 对称阵 $K$ 的求解 5-3 带状矩阵和 Gauss 消元法				
3月10日 星期二	4	讲课	5-4 对称阵作一维数 值的存储 5-5 LDL <sup>T</sup> - 维数低的 矩阵求逆与零元素 的乘积				

5-6 同一维数的一维数  
合、约当法和对称阵  $K$  的求解



# 授 课 记 录

日期	学时	教学方式	授课主要内容	教学中的问题	作业量	出席人数	
						实到	未到姓名
3月16日 星期二	4	讲课	5a 用Gauss法解题 5b 用三个圆求公共切线的解法 附注: 第2章 代数插值基本公式 6-1 31页 6-2 Lagrange插值公式				
3月28日 星期二	4	讲课	关于插值公式的进一步分析 6-3 Hermite插值公式 6-4 Gauss积点法 (1) 插值公式 (2) Gauss法				
3月30日 星期三		讲课	用正交性求积点积点 Hermite积点的计算公式 [3] 高次插值的Gauss 求积法 第7章 高次插值 7-1 31页 7-2 插值模型与代数插值公式				
4月6日 星期二		讲课	(1) 高次插值的Gauss (2) 有限元插值法 (3) 几个方向性 (4) 平方角函数 7-3 三角插值与 $C^\infty$ 连续性 插值的平方型插值公式 7-4 自然插值与高次插值的概念 (1) 自然插值 (2) 自然插值与插值公式				
4月13日 星期二		讲课	(1) 高次插值的Gauss 7-5 自然插值与插值公式 (1) 自然插值 (2) 自然插值与插值公式 (3) 自然插值与高次插值的概念 (4) 用Lagrange插值公式的插值公式 (5) 插值公式 7-6 平方插值 (1) 平方插值				

日期	学时
4月19日 星期一	1
5月14日 星期一	
5月21日 星期一	
5月28日 星期一	
6月4日 星期一	4

# 授 课 记 录

人 数 姓 名	日 期	教 学 时 数	教 学 方 式	授 课 主 要 内 容	教 学 中 的 问 题	作 业 份 量	出 席 人 数	
							实 到	未 到 姓 名
	4月19日 星期一		讲 课	① 矩形的判定与性质 的判定 7-7 正方形、菱形、 矩形				
	5月14日 星期日		讲 课	7-8 八边形的内角和 性质				
	5月21日 星期日		讲 课	第八课 弧与弦 8-1 弧的度数				
	5月28日 星期日		讲 课	8-2 圆的弧度				
	6月4日 星期日	4	考 试					



